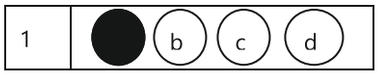
पेपर का नाम Name of the Paper	MATHEMATICS	पेपर का कोड Paper Code	41322
रोल नं. Roll No.		अभ्यार्थी का नाम Name of Candidate	
केन्द्र का नाम Name of the Centre		अभ्यर्थी के हस्ताक्षर Signature of Candidate	

क्र. सं./Serial No.

समय: 2:00 घंटा अधिकतम अंक:120 Time: 2:00 Hours Maximum Marks: 120

अभ्यर्थियों के लिए अनुदेश

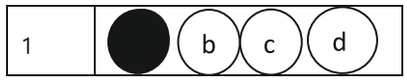
1. बुकलेट में ओएमआर शीट और दो सील हैं। अभ्यार्थी सबसे पहले ओएमआर शीट प्राप्त करने के लिए बुकलेट के सबसे ऊपर की सील हटाकर निकालें । दूसरी सील परीक्षा शुरू होने के दो मिनट पहले हटाई जाएगी।
2. परीक्षा शुरू करने से पहले अभ्यार्थी प्रश्नपत्र पुस्तिका और ओएमआर उत्तर-पत्रक पर अपना रोलनं. लिखना और निर्धारित स्थानों पर हस्ताक्षर करना सुनिश्चित करें।
3. इस प्रश्नपत्र पुस्तिका में इस कवर पृष्ठ के अलावा कुल 120 प्रश्न हैं। रफ कार्य करने के लिए प्रश्न पत्र के अन्त में उपलब्ध खाली पृष्ठों का प्रयोग करें ।
4. प्रत्येक प्रश्न के लिए चार वैकल्पिक उत्तर (a), (b), (c) और (d) दिए गए हैं। अभ्यर्थी जिस एक उत्तर को सही समझता है, उसका चयन करने के बाद उत्तर-पत्रक में गोले को अंकित करे/रंगे।
5. गोले को रंगने के लिए काले /नीले बॉल पेन का प्रयोग करें ।
6. निम्नलिखित उदाहरण देखें ।
   उदहारण
   1. 20 और 12 का जोड़ होता है
   (a) 32 (b) 38 (c) 31 (d) 34
   उपयुर्क्त प्रश्न का सही उत्तर (a) है, जिसे ओएमआर उत्तर-पत्रक में निम्नलिखित रूप में अंकित करें:



7. आधा रंगा हुआ, हल्के रूप से अंकित, गोले में सही या गलत के निशान को ऑप्टिकल स्कैनर द्वारा इसे गलत उत्तर के रूप में पढ़ा जाएगा और इसे गलत माना जाएगा।
8. परीक्षा कक्ष छोड़ने से पहले ओएमआर उत्तर पुस्तिका निरीक्षक को अवश्य सौंप दें ।
9. ओएमआर उत्तर पत्र को सीधे रखें। इसे मोड़ें आदि नहीं ।
10. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं, प्रत्येक प्रश्न एक अंक का है ।
11. कैलकुलेटर/मोबाइल/कोई भी इलेक्ट्रॉनिक मद/आपत्तिजनक सामग्री के प्रयोग की अनुमति नहीं है ।

INSTRUCTIONS TO THE CANDIDATES

1. The booklet contains OMR sheet and having two seals. Candidates will first open the booklet by removing the seal at the top to get the OMR sheet. Second seal will be removed two minutes before the commencement of the examination.
2. Before starting the Examination, the candidate must write her/his Roll Number in the Question Booklet and the OMR Answer Sheet; in addition to putting signature at the places provided for the purpose.
3. This Question Booklet consists of this cover page, and a total 120 items. Use Blank pages available at the end of Question Booklet for rough work.
4. There are four alternative answers to each item marked as (a), (b), (c) and (d). The candidate will have to select one of the answers that is considered to be correct by her/him. S/he will mark the answer considered to be correct by filling the circle.
5. Use black/blue ball point pen to darken the circle.
6. See the following illustrations.
   Illustration:
   1. The sum of 20 and 12 is
   (a) 32 (b) 38 (c) 31 (d) 34
   The Correct answer of item 1 is (a), which should be marked in OMR Answer Sheet as under:



7. Half filled, faintly darkened, ticked or crossed circles will be read as wrong answers by the optical scanner and will be marked as incorrect.
8. The OMR Answer Sheet must be handed over to the invigilator by the candidate before leaving the Examination Hall.
9. Keep OMR Sheet straight. Do not fold it.
10. All questions are compulsory, each question carries one mark.
11. Use of calculator/mobile/any electronic item/ objectionable material is NOT permitted.

परीक्षा नियंत्रक **Controller of Examination**

कृपया नोट करें कि अर्थ विभेद/दुविधा की स्थिति में अंग्रेजी में छपे प्रश्न को अंतिम माना जाएगा।

Please note that in case of any confusion, the question printed in English will be considered final.

56. Aaditya can make 50 cakes in 25hours, Aaditya and Arnav together can make 75 cakes in 15 hours.How many cakes Arnav can make in 15 hours ?

a. 25
b. 45
c. 20
d. 10

56. आदित्य 25 घंटे में 50 केक बना सकते हैं, आदित्य और अर्णव मिलकर 15 घंटे में 75 केक बना सकते हैं। अर्णव 15 घंटे में कितने केक बना सकता है?

a. 25
b. 45
c. 20
d. 10

57. If 7 spiders make 7 webs in 7days, then 1 spider will make 1web in how many days?

a. 1
b. 7/2
c. 7
d. 49

57. यदि 7 मकड़ियाँ 7 दिन में 7 जाले बनाती हैं तो 1 मकड़ी 1 जाला कितने दिनों में बनाएगी?

a. 1
b. 7/2
c. 7
d. 49

58. Which of the set of three sides can't form a triangle?

a. 5 cm, 6 cm, 7 cm
b. 5 cm, 8 cm, 15 cm
c. 8 cm, 15 cm, 18 cm
d. 6 cm, 7 cm, 11 cm

58. तीन भुजाओं का कौन-सा समुच्चय त्रिभुज नहीं बना सकता?

a. 5 सेमी, 6 सेमी, 7 सेमी
b. 5 सेमी, 8 सेमी, 15 सेमी
c. 8 सेमी, 15 सेमी, 18 सेमी
d. 6 सेमी, 7 सेमी, 11 सेमी

59. A point P lying inside a triangle is equidistant from the vertices of the triangle. Then the triangle has P as its:

a. Centroid
b. Incentre
c. Orthocentre
d. Circumcentre

59. एक त्रिभुज के अंदर स्थित एक बिंदु P त्रिभुज के शीर्षों से समान दूरी पर है। तब त्रिभुज में P होता है:

a. केन्द्रक
b. इनसेंटर
c. ऑर्थोसेंटर
d. सर्कमसेंटर

60. If angles of measure $(5y + 62°)$ and $(22° + y)$ are supplementary, then value of y is :

a. 16°
b. 32°
c. 8°
d. 1°

60. यदि माप के कोण $(5y + 62°)$ और $(22° + y)$ संपूरक हैं, तो y का मान है:

a. 16°
b. 32°
c. 8°
d. 1°

61. Let $g_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2}, x \in [0,\infty)$, which of the following is true as $n \to \infty$

a. $g_n \to 0$ pointwise but not uniformly,
b. $g_n \to 0$ uniformly,
c. $g_n(x) \to x$, for all $x \in [0,\infty)$,
d. $g_n(x) \to 0$ for all $x \in [0,\infty)$.

62. Let $f: R \to R$ be a continuous and one-one function. Then which of the following is true?

a. f is onto
b. f is either strictly increasing or a strictly decreasing
c. There exists $x \in R$ such that $f(x) = 1$
d. f is unbounded.

63. Which of the following is true?

a. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ does not converge,
b. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ converge,
c. $\sum_{n=1}^{\infty}$ $\sum_{n=1}^{\infty}$ converge,
d. $\sum_{n=1}^{\infty}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(m+n)^2}$ diverges.

64. Let $f: C \to C$ be an entire function such that $limit_{z\to 0} \left|f\left(\frac{1}{z}\right)\right| = \infty$. Then which of the following is true?

a. f is constant,
b. f can have many zeros,
c. f can have at most finitely many zeros,
d. f is necessarily nowhere vanishing.

65. Consider the function $f: C \to C$ given by $f(z) = e^z$, which of the following is false.

a. $f(\{z \in C \mid |z| < 1\})$ is not an open set.
b. $f(\{z \in C \mid |z| \leq 1\})$ is not an open set.
c. $f(\{z \in C \mid |z| = 1\})$ is not an open set.
d. $f(\{z \in C \mid |z| > 1\})$ is not an open set.

61. मान लो $g_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2}, x \in [0,\infty)$, निम्नलिखित में से कौन सा सत्य है क्योंकि $n \to \infty$

a. $g_n \to 0$ बिंदुवार लेकिन समान रूप से नहीं,
b. $g_n \to 0$ समान रूप से,
c. $g_n(x) \to x$, सभी $x \in [0,\infty)$ के लिए
d. $g_n(x) \to 0$ सभी $x \in [0,\infty)$ के लिए।

62. मान लो $f: R \to R$ एक सतत और एक-एक कार्य हो। तो निम्न में से कौन सा सत्य है?

a. f आच्छादित है
b. f या तो सख्ती से बढ़ रहा है या सख्ती से घट रहा है
c. वहाँ $x \in R$ मौजूद है जैसे कि $f(x) = 1$
d. f असीमित है।

63. इनमें से सच क्या है?

a. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$अभिसरण नहीं करता है,
b. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$अभिसरण,
c. $\sum_{n=1}^{\infty}$ $\sum_{n=1}^{\infty}$ अभिसरण,
d. $\sum_{n=1}^{\infty}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(m+n)^2}$विचलन।

64. मान लो $f: C \to C$ ऐसा एक संपूर्ण कार्य हो $limit_{z\to 0} \left|f\left(\frac{1}{z}\right)\right| = \infty$. तो निम्न में से कौन सा सत्य है?

a. f स्थिर है,
b. f में कई शून्य हो सकते हैं,
c. f में अधिक से अधिक बहुत से शून्य हो सकते हैं,
d. f अनिवार्य रूप से कहीं गायब नहीं हो रहा है।

65. मान लो $f(z) = e^z$ द्वारा दिए गए फलन $f: C \to C$ पर विचार करें, निम्नलिखित में से कौन सा गलत है।

a. $f(\{z \in C \mid |z| < 1\})$ एक खुला समुच्चय नहीं है।
b. $f(\{z \in C \mid |z| \leq 1\})$ एक खुला समुच्चय नहीं है।
c. $f(\{z \in C \mid |z| = 1\})$ एक खुला समुच्चय नहीं है।
d. $nf(\{z \in C \mid |z| > 1\})$ एक खुला समुच्चय नहीं है।

66. Let R be a commutative Ring with unity. Which of the following is true?

a. If R has finitely many prime ideals then R is a field,
b. If R has finitely many ideals then R is finite,
c. If R is a PID then every subring of R with unity is PID,
d. If R is an integral domain which has finitely many ideals, then R is field.

67. Let C be the counter clockwise oriented circle of radius $\frac{1}{2}$ centred at $i = \sqrt{-1}$. Then the value of $\int_C \frac{dz}{(z^4-1)}$ is

a. $\frac{-\pi}{2}$
b. $\frac{\pi}{2}$
c. $-\pi$
d. π

68. The maximum value of $z = 5x + 2y$ under $2 \leq x + y \leq 4, x \geq y, x \geq 0, y \geq 0$ is

a. 14
b. 20
c. 25
d. 27

69. Let $f(x) = \int_1^\infty \frac{cost}{x^2+t^2} dt$. Then which of the following is true?

a. f is unbounded on R,
b. f is continuous on R,
c. f is not defined everywhere on R
d. f is not continuous on R.

70. Let $M_n(R)$ be thye ring of $n \times n$ matrices over R. Which of the following is true for all $n \geq 2$?

a. There exists matrices $A, B \in M_n(R)$ such that $AB - BA = I_n$ where I_n is identity matrix of order $n \times n$.
b. If $A, B \in M_n(R)$ and $AB = BA$, then A is diagonalizable over R if and only if B is diagonalizable over R,
c. If $A, B \in M_n(R)$ and AB and BA have same minimal polynomial,
d. If $A, B \in M_n(R)$ and AB and BA have same eigen values in R.

66. मान लीजिए R एकता के साथ एक क्रमविनिमेय वलय है। इन्मे से सच क्या है?

a. यदि R के बहुत से अभाज्य आदर्श हैं तो R एक क्षेत्र है,
b. यदि R के बहुत से आदर्श हैं तो R परिमित है,
c. यदि R एक PID है तो R की एकता के साथ प्रत्येक उपश्रेणी PID है,
d. यदि R एक अभिन्न प्रांत है जिसमें बहुत से आदर्श हैं, तो R क्षेत्र है।

67. मान लीजिए कि C, $\frac{1}{2}$ त्रिज्या का वामावर्त उन्मुख वृत्त है, कि $i = \sqrt{-1}$ पर केंद्रित है। फिर $\int_C \frac{dz}{(z^4-1)}$ का मान है

a. $\frac{-\pi}{2}$
b. $\frac{\pi}{2}$
c. $-\pi$
d. π

68. $z = 5x + 2y$ का अधिकतम मूल्य नीचे $2 \leq x + y \leq 4, x \geq y, x \geq 0, y \geq 0$ है|

a. 14
b. 20
c. 25
d. 27

69. मान लो $f(x) = \int_1^\infty \frac{cost}{x^2+t^2} dt$, तो निम्न में से कौन सा सत्य है?

a. f, R पर असीमित है,
b. f, R पर निरंतर है,
c. f हर जगह R पर परिभाषित नहीं है
d. f, R पर सतत नहीं है।

70. मान लें कि $M_n(R)$, R के ऊपर $n \times n$ मैट्रिसेस का रिंग है। निम्नलिखित में से कौन सभी $n \geq 2$ के लिए सत्य है?

a. ऐसे मैट्रिक्स मौजूद हैं $A, B \in M_n(R)$जैसे कि $AB - BA = I_n$ जहां I_n क्रम $n \times n$ का पहचान मैट्रिक्स है।
b. यदि $A, B \in M_n(R)$और $AB = BA$, तो A, R पर विकर्णीय है यदि और केवल यदि B, R पर विकर्णीय है,
c. अगर $A, B \in M_n(R)$और AB और BA में समान न्यूनतम बहुपद है,
d. यदि $A, B \in M_n(R)$और AB और BA के R में समान eigen मान हैं।

71. Consider the function $tanx$ on the set $S = \{x \in R, x \geq 0, x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$ for any $k \in N \cup \{0\}\}$. We say that it has a fixed point in S if there exists $x \in S$ such that $tanx = x$. Then
   a. There is a unique fixed point,
   b. There is no fixed point,
   c. There are infinitely many fixed points,
   d. There are more than one but finitely many fixed points.

72. Suppose that $< x_n >$ is a sequence of real numbers satisfying the following. For every $\in > 0$ there exists n_0 such that $|x_{n+1} - x_n| < \in$, for all $n \geq n_0$. Then $< x_n >$ is
   a. Bounded but necessarily Cauchy
   b. Convergent
   c. Cauchy but not necessarily bounded
   d. Not necessarily bounded.

73. Let $A(n) = \int_n^{n+1} \frac{1}{3} dx$, for $n \geq 1$, for $c \in R$, let $lt_{n\to\infty} n^c \mathrm{A(n)} = \mathrm{L}$, then
   a. $\mathrm{L} = 0$ if $\mathrm{c} > 3$
   b. $\mathrm{L} = 2$ if $\mathrm{c} = 3$
   c. $\mathrm{L} = 1$ if $\mathrm{c} = 3$
   d. $\mathrm{L} = \infty$ if $0 < \mathrm{c} < 3$.

74. Let $\mathrm{T}: R^n \to R^n$ be a linear map that satisfies $T^2 = T - I_n$. Then which of the following is true?
   a. T is not invertible
   b. $T - I_n$ is not invertible
   c. T has real eigen values
   d. $T^3 = -I_n$.

75. Let A be a real matrix with characteristic polynomial $(x-1)^3$. Pick the correct statement from below.
   a. A is necessarily diagonalizable
   b. Characteristic polynomial of A is $(x-1)^4$
   c. If the minimal polynomial of A is $(x-1)^3$ then A is diagonalizable
   d. If A has exactly two Jorden blocks then $(A-I)^2$ is diagonalizable.

71. किसी भी सेट $S = \{x \in R, x \geq 0, x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$ for any $k \in N \cup \{0\}\}$ के लिए फ़ंक्शन $tanx$ पर विचार करें। हम कहते हैं कि यदि वहाँ $x \in S$ मौजूद है तो S में इसका एक निश्चित बिंदु है जैसे $tanx = x$. फिर
   a. एक अनूठा निश्चित बिंदु है,
   b. कोई निश्चित बिंदु नहीं है,
   c. असीम रूप से कई निश्चित बिंदु हैं,
   d. एक से अधिक लेकिन निश्चित रूप से कई निश्चित बिंदु हैं।

72. मान लीजिए कि $< x_n >$ निम्नलिखित को संतुष्ट करने वाली वास्तविक संख्याओं का एक क्रम है। प्रत्येक $\in > 0$ के लिए n_0 मौजूद है जैसे $|x_{n+1} - x_n| < \in$, सभी $n \geq n_0$ के लिए। तब $< x_n >$ है
   a. बंधा हुआ लेकिन जरूरी कॉची
   b. संमिलित
   c. कॉची लेकिन जरूरी नहीं कि बंधे हों
   d. जरूरी नहीं कि बंधे हों।

73. मान लीजिए $A(n) = \int_n^{n+1} \frac{1}{x^3} dx$, प्रत्येक $n \geq 1$, $c \in R$ के लिए, मान लीजिए $lt_{n\to\infty} n^c \mathrm{A(n)} = \mathrm{L}$, तब
   a. $\mathrm{L} = 0$ if $\mathrm{c} > 3$
   b. $\mathrm{L} = 2$ if $\mathrm{c} = 3$
   c. $\mathrm{L} = 1$ if $\mathrm{c} = 3$
   d. $\mathrm{L} = \infty$ if $0 < \mathrm{c} < 3$.

74. मान लो $\mathrm{T}: R^n \to R^n$ एक रैखिक नक्शा बनें जो संतुष्ट करता है $T^2 = T - I_n$. तो निम्न में से कौन सा सत्य है?
   a. T उलटा नहीं है
   b. $T - I_n$ उलटा नहीं है
   c. T के वास्तविक eigen मान हैं
   d. $T^3 = -I_n$.

75. मान लीजिए A एक वास्तविक आव्यूह है जिसमें अभिलक्षणिक बहुपद $(x-1)^3$ है। नीचे से सही कथन चुनें।
   a. A अनिवार्य रूप से विकर्णीय है
   b. A का अभिलक्षणिक बहुपद $(x-1)^4$ है
   c. यदि A का न्यूनतम बहुपद $(x-1)^3$ है तो A विकर्णीय है
   d. यदि A के ठीक दो जॉर्डन ब्लॉक हैं तो $(A-I)^2$ विकर्णीय है।

76. Let A be $n \times m$ matrix and b be a $n \times 1$ vector (with real entries). Suppose the equation $Ax = b, x \in R^m$ admits a unique solution. Then we can conclude that:
a. $m \geq n$
b. $n \geq m$
c. $m = n$
d. $m < n$.

77. Let a, b, c, d be four differentiable functions defined on R^2 then the partial differential equation $\left(a(x,y)\frac{\partial}{\partial x} + b(x,y)\frac{\partial}{\partial y}\right).$ $\left(c(x,y)\frac{\partial}{\partial x} + d(x,y)\frac{\partial}{\partial y}\right) u = 0$ is
a. Always hyperbolic
b. Always parabolic
c. Never parabolic
d. Never elliptic

78. In boundary layer
a. Viscous forces are negligible
b. Inertia forces are negligible.
c. Viscous forces and inertial forces are of comparable magnitude.
d. No comparison between viscous and inertia forces is made.

79. The extrimal of the fuctional $J(y) = \int_0^1 [720x^2y - (y^{//})^2]dx$ subject to $y(x) = y^{/}(0) = y(1) = 0, y^{/}(1) = 6$ is
a. $x^6 + 2x^3 - 3x^2$
b. $x^5 + 4x^4 - 5x^3$
c. $x^5 + x^4 - 2x^3$
d. $x^6 + 4x^3 - 6x^2$

80. Let M be an $n \times n$ harmition matrix of rank $k, k \neq n$. If $\lambda \neq 0$ is an eigen value of M with corresponding unit column vector μ with $M\mu = \lambda\mu$. Then
a. rank$(M - \lambda\mu\mu^*) = k - 2$
b. rank$(M - \lambda\mu\mu^*) = k$
c. rank$(M - \lambda\mu\mu^*) = k + 1$
d. $(M - \lambda\mu\mu^*)^n = M^n - \lambda^n\mu\mu^*$

76. मान लीजिए A, $n \times m$ मैट्रिक्स है और b, $n \times 1$ वेक्टर है (वास्तविक प्रविष्टियों के साथ)। मान लीजिए समीकरण $Ax = b, x \in R^m$ एक अद्वितीय समाधान स्वीकार करता है। तब हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि:
a. $m \geq n$
b. $n \geq m$
c. $m = n$
d. $m < n$

77. मान लीजिए a, b, c, d, R^2 पर परिभाषित चार अलग-अलग कार्य हैं, फिर आंशिक अंतर समीकरण $\left(a(x,y)\frac{\partial}{\partial x} + b(x,y)\frac{\partial}{\partial y}\right)\left(c(x,y)\frac{\partial}{\partial x} + d(x,y)\frac{\partial}{\partial y}\right) u = 0$, हैं:
a. हमेशा अतिपरवलिक
b. हमेशा परवलयिक
c. कभी नहीं परवलयिक
d. कभी नहीं अण्डाकार

78. सीमा परत में
a. श्यानता बल नगण्य होते हैं।
b. जड़त्व बल नगण्य हैं।
c. श्यानता बल और जड़त्वीय बल तुलनीय परिमाण के होते हैं।
d. श्यानता और जड़त्वीय बलों के बीच कोई तुलना नहीं की गई है।

79. कार्यात्मक $J(y) = \int_0^1 [720x^2y - (y^{//})^2]dx$ के अधीन $y(x) = y^{/}(0) = y(1) = 0, y^{/}(1) = 6$ है।
a. $x^6 + 2x^3 - 3x^2$
b. $x^5 + 4x^4 - 5x^3$
c. $x^5 + x^4 - 2x^3$
d. $x^6 + 4x^3 - 6x^2$

80. मान लीजिए M रैंक $k, k \neq n$ का $n \times n$ हार्मिशन मैट्रिक्स है। यदि $\lambda \neq 0$ M का एक आईजीएन मान है, जिसमें संबंधित μ यूनिट कॉलम वेक्टर $M\mu = \lambda\mu$ के साथ है। फिर
a. rank$(M - \lambda\mu\mu^*) = k - 2$
b. rank$(M - \lambda\mu\mu^*) = k$
c. rank$(M - \lambda\mu\mu^*) = k + 1$
d. $(M - \lambda\mu\mu^*)^n = M^n - \lambda^n\mu\mu^*$

81. Let $u(x,t)$ satisfy IVP $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $x \in R$, $t > 0, u(x,0) = \begin{cases} 1 & , 0 \le x \le 1 \\ 0, & elsewhere \end{cases}$. Then the value of $limt_{t\to 0^+}\, u(1,t)$ is

a. e
b. π
c. $\frac{1}{2}$
d. 1.

81. चलो $u(x,t)$ आईवीपी को संतुष्ट करें $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $x \in R$, $t > 0, u(x,0) = \begin{cases} 1 & , 0 \le x \le 1 \\ 0, & elsewhere \end{cases}$ फिर $limt_{t\to 0^+}\, u(1,t))$ का मान है

a. e
b. π
c. $\frac{1}{2}$
d. 1.

82. Consider the eigen value problem $y'' + \lambda y = 0, x \in [-1,1]$, $y(-1) = y(1)$, $y'(-1) = y'(1)$. Then

a. All eigen values are strictly positive
b. All eigen values are strictly negative
c. Distanct eigen values are orthogonal in [-2, 2]
d. The sequence of eigen values is bounded above.

82. Eigen मान समस्या पर विचार करें $y'' + \lambda y = 0, x \in [-1,1]$, y(-1)=y(1), $y(-1) = y(1)$, $y'(-1) = y'(1)$. फिर

a. सभी आईजीएन मान सख्ती से सकारात्मक हैं
b. सभी आईजीएन मान सख्ती से नकारात्मक हैं
c. [-2, 2] में दूर के आईजीएन मान ओर्थोगोनल हैं
d. आईजीएन मूल्यों का क्रम ऊपर सीमित है।

83. If $y_1(x)$ and $y_2(x)$ are two solutions of the differential equation $(cosx)\, y'' + (sinx)y' - (1 + e^{-x^2})y = 0$, for all $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ with $y_1(0) = \sqrt{2}$, $y_1'(0) = 1, y_2(0) = -\sqrt{2}$, $y_2'(0) = 2$ then wronskin of $y_1(x)$ and $y_2(x)$ at $x = \frac{\pi}{4}$ is

a. $3\sqrt{2}$
b. 6
c. 3
d. $-3\sqrt{2}$

83. अगर $y_1(x)$ और $y_2(x)$ अंतर समीकरण के दो समाधान हैं , $(cosx)\, y'' + (sinx)\, y' - (1 + e^{-x^2})y = 0$, सभी के लिए $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ साथ में $y_1(0) = \sqrt{2}$, $y_1'(0) = 1, y_2(0) = -\sqrt{2}$, $y_2'(0) = 2$ तो $x = \frac{\pi}{4}$ पर $y_1(x)$ और $y_2(x)$ की व्रोनस्कियन है |

a. $3\sqrt{2}$
b. 6
c. 3
d. $-3\sqrt{2}$

84. Let $H = \{z = x + iy, y > 0\}$. For $z \in H$, which of the following is true.

a. $\frac{1}{z} \in H$
b. $\frac{1}{z^2} \in H$
c. $\frac{-z}{z+1} \in H$
d. $\frac{z}{2z+1} \in H$

84. मान लो $H = \{z = x + iy, y > 0\}, z \in H$ के लिए, निम्नलिखित में से कौन सा सत्य है।

a. $\frac{1}{z} \in H$
b. $\frac{1}{z^2} \in H$
c. $\frac{-z}{z+1} \in H$
d. $\frac{z}{2z+1} \in H$

85. Which of the following is true

a. $\tan z$ is an entire function
b. $\tan z$ is not a meromorphic function on C
c. $\tan z$ has an isolated singularity at ∞
d. $\tan z$ has non-isolated singularity at ∞.

85. इनमें से सच क्या है

a. $\tan z$ एक संपूर्ण कार्य है
b. $\tan z$, C पर एक मेरोमॉर्फिक फलन नहीं है
c. $\tan z$, ∞ पर एक पृथक विलक्षणता है
d. $\tan z$, ∞ पर गैर-पृथक विलक्षणता है।

86. For any group G , let $Aut(G)$denote the group of automorphism of G . then
   a. If G is finite then $Aut(G)$is finite
   b. If G is infinite then $Aut(G)$is infinite
   c. If G is cyclic then $Aut(G)$is cyclic
   d. If $Aut(G) \cong Aut(H)$ where G and H are two groups then $G \cong H$.

87. Let R be a ring $\frac{C[x]}{x^2+1}$. Then
   a. $dim_C(R) = 3$
   b. R has exactly two prime ideals
   c. R is a UFD
   d. (x) is a maximal ideal of R.

88. The difference $\log 2 = \sum_n^{100} \frac{1}{n.2^n}$ is
   a. Less than zero
   b. Greater than one
   c. Less than $\frac{1}{101.2^{100}}$
   d. Greater than $\frac{1}{101.2^{100}}$

89. Let A be $m \times n$ matrix and B be a $n \times m$ matrix over real numbers with $m < n$, the
   a. AB is always non singular
   b. AB is always singular
   c. BA is always non singular
   d. BA is always singular

90. Number of group homomorphism from Z_{10} to Z_{20} is
   a. Zero
   b. One
   c. Five
   d. Ten

91. Let $f(x) = x^2 - 5x + 2$ then
   a. f has no real root
   b. f has exactly one real root
   c. f has exactly three real root
   d. All roots of f are real.

92. Consider the space $S = \{(\alpha, \beta) \mid \alpha, \beta \in Q\} = R^2$, where Q is set of rational numbers then
   a. S is connected in R^2
   b. S^c is connected in R^2
   c. S is closed in R^2
   d. S^c is closed in R^2

86. किसी भी समूह G के लिए, $Aut(G)$, G के ऑटोमोर्फिज्म के समूह को निरूपित करें। फिर
   a. यदि G परिमित है तो $Aut(G)$परिमित है
   b. यदि G अनंत है तो $Aut(G)$अनंत है
   c. यदि G चक्रीय है तो $Aut(G)$चक्रीय है
   d. अगर $Aut(G) \cong Aut(H)$ जहां G और H दो समूह हैं तो $G \cong H$.

87. मान लीजिए R एक वलय है $\frac{C[x]}{x^2+1}$. फिर
   a. $dim_C(R) = 3$
   b. R के ठीक दो अभाज्य आदर्श हैं
   c. R एक यूएफडी है
   d. (x), R का अधिकतम आदर्श है।

88. अंतर $\log 2 = \sum_n^{100} \frac{1}{n.2^n}$ है।
   a. शून्य से कम
   b. एक से बड़ा
   c. $\frac{1}{101.2^{100}}$ से कम
   d. $\frac{1}{101.2^{100}}$ से बड़ा |

89. मान लें कि A, $m \times n$ मैट्रिक्स है और B वास्तविक संख्याओं पर $m < n$ के साथ $n \times m$ मैट्रिक्स है तो ,
   a. AB हमेशा एकवचन नहीं होता है
   b. AB हमेशा एकवचन होता है
   c. BA हमेशा गैर एकवचन होता है
   d. BA हमेशा एकवचन होता है

90. समूह समरूपता की संख्या Z_{10} से Z_{20} तक है
   a. शून्य
   b. एक
   c. पाँच
   d. दस

91. मान लो $f(x) = x^2 - 5x + 2$, फिर
   a. f का कोई वास्तविक मूल नहीं है
   b. f का ठीक एक वास्तविक मूल है
   c. f के ठीक तीन वास्तविक मूल हैं
   d. f के सभी मूल वास्तविक हैं।

92. अंतरिक्ष पर विचार करें $S = \{(\alpha, \beta) \mid \alpha, \beta \in Q\} = R^2$, जहाँ Q परिमेय संख्याओं का समुच्चय है तो
   a. S, R^2 में जुड़ा हुआ है
   b. S^c, R^2 में जुड़ा हुआ है
   c. S, R^2 के अंदर बंद है
   d. S^c, R^2 के अंदर बंद है|

93. A standred fair die is rolled until some face other than 5 or 6 turns up. Let X denote the face value of the last roll and $A = \{X \text{ is even}\}$ and $B = \{X \text{ is at most } 2\}$ then

a. $P(A \cap B) = 0$
b. $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$
c. $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$
d. $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$

94. Which of the following sets are countable

a. The set of all functions from R to {0,1}
b. The set of all functions from N to {0,1}
c. The set of all finite subsets of N
d. The set of all subsets of N.

95. Which of the following functions are not of bounded variations

a. $x^2 + x + 1$ for $x \in (-1, 1)$
b. $\tan(\frac{\pi x}{2})$ for $x \in (-1, 1)$
c. $\sin(\frac{x}{2})$ for $x \in (-1, 1)$
d. $\sqrt{1 - x^2}$ for $x \in (-1, 1)$

96. If A is 5×5 matrix and the dimension of the solution space of $Ax = 0$ is atleast 2 then

a. Rank $(A^2) \leq 3$
b. Rank $(A^2) \geq 3$
c. Rank $(A^2) = 3$
d. Rank $(A^2) = 5$

97. Let S be the set of polynomials f(x) with integer coefficient satisfying $f(x) \equiv 1 \, mod(x - 1)$ and $f(x) \equiv 0 \, mod(x - 3)$ then

a. S is empty
b. S is singular
c. S is finite non empty set
d. S is countably infinite.

98. Let $G = S_3$ be the permutation group of 3 symbols. Then

a. G is isomorphic to a sub group of a cyclic group.
b. There exists a cyclic group H such that G maps homomorphically onto H.
c. G is product of cyclic groups
d. Homomorphism from G to the additive group Q of rational numbers.

93. एक स्टैंडर्ड फेयर डाई को तब तक रोल किया जाता है जब तक कि 5 या 6 के अलावा कोई अन्य चेहरा न बदल जाए। मान लें कि X अंतिम रोल का अंकित मूल्य है और A={X सम है} और B={X अधिकतम 2 हैं} तो

a. $(A \cap B) = 0$
b. $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$
c. $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$
d. $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$

94. निम्नलिखित में से कौन से सेट गणनीय हैं

a. R से {0,1} तक के सभी कार्यों का समुच्चय
b. N से {0,1} तक के सभी कार्यों का सेट
c. N के सभी परिमित उपसमुच्चयों का समुच्चय
d. N के सभी सबसेट का सेट।

95. निम्नलिखित में से कौन से कार्य सीमित विविधताओं के नहीं हैं

a. $x^2 + x + 1$ for $x \in (-1, 1)$
b. $\tan(\frac{\pi x}{2})$ for $x \in (-1, 1)$
c. $\sin(\frac{x}{2})$ for $x \in (-1, 1)$
d. $\sqrt{1 - x^2}$ for $x \in (-1, 1)$

96. यदि A 5×5 मैट्रिक्स है और $Ax = 0$ के समाधान स्थान का आयाम कम से कम 2 है तो

a. Rank $(A^2) \leq 3$
b. Rank $(A^2) \geq 3$
c. Rank $(A^2) = 3$
d. Rank $(A^2) = 5$

97. मान लीजिए S बहुपद f(x) का समुच्चय है जिसका पूर्णांक गुणांक संतोषजनक $f(x) \equiv 1 \, mod(x - 1)$ और $f(x) \equiv 0 \, mod(x - 3)$ है, तो

a. S खाली है
b. S एकवचन है
c. S परिमित अरिक्त समुच्चय है
d. S काफी अनंत है।

98. चलो $G = S_3$, 3 प्रतीकों का क्रमपरिवर्तन समूह हो। फिर

a. G एक चक्रीय समूह के उपसमूह के लिए समरूपी है।
b. एक चक्रीय समूह H मौजूद है जैसे कि G समरूप रूप से H पर मैप करता है।
c. G चक्रीय समूहों का उत्पाद है
d. परिमेय संख्याओं के योगात्मक समूह Q से G से समरूपता।

99. Let G be a group with |G| = 96. Suppose H and K are subgroups of G with |H| = 12 and |K|=16 then
   a. $H \cap K = e$
   b. $H \cup K \neq e$
   c. $H \cap K$ is abelian
   d. $H \cap K$ is non abelian.

100. Which of the following is true
   a. A subring of an integral domain is an integral domain
   b. A subring of UFD is UFD
   c. A subring of PID is PID
   d. A subring of Euclidean domain is an Euclidean domain.

101. Let $f(x) \in Z[x]$ be a monic polynomial then roots of f
   a. Can not belong to Z
   b. Always belong to $\left(\frac{R}{Q}\right) \cup Z$
   c. Always belong to $\left(\frac{C}{Q}\right) \cup Z$
   d. Can belong to $\left(\frac{Q}{Z}\right)$.

102. Which of the following is true.
   a. The multiplicative group of a finite field is non cyclic
   b. The additive group of a finite field is always cyclic
   c. There exist finite field of any given order
   d. There exist at most one finite field (up to isomorphism) of any given order.

103. Let X be a topological space and A be a non-empty subset of X. Then which of the following is not true
   a. A is dense in X if $X \backslash A$ is nowhere dense in X .
   b. $X \backslash A$ is nowhere dense in X , if A is dense in X
   c. A is dense in X if the interior of $X \backslash A$ is empty
   d. The interior of $X \backslash A$ is empty if A is dense.

104. Which of the following is true
   a. Every compact metric space is separable.
   b. If a metric space (X, d) is separable then the metric d is not discrete metric.
   c. Every separable metric space is first countable
   d. Every first countable topological space is separable.

99. माना G एक समूह है |G| = 96 मान लीजिए H और K, G के उपसमूह हैं |H| = 12 और |K|=16 तब
   a. $H \cap K = e$
   b. $H \cup K \neq e$
   c. H∩K अबेलियन है
   d. H∩K गैर अबेलियन है |

100. निम्नलिखित में से कौन सा सत्य है |
   a. एक इंटीग्रल डोमेन का सबरिंग एक इंटीग्रल डोमेन है
   b. UFD का एक सबरिंग UFD है
   c. PID का एक सबरिंग PID है
   d. यूक्लिडियन डोमेन का एक सबरिंग एक यूक्लिडियन डोमेन है।

101. मान लो $f(x) \in Z[x]$ एक मोनिक बहुपद हो तो f की जड़ें
   a. Z से संबंधित नहीं हो सकता
   b. हमेशा $\left(\frac{R}{Q}\right) \cup Z$ से संबंधित होते हैं
   c. हमेशा $\left(\frac{C}{Q}\right) \cup Z$ से संबंधित होते हैं
   d. $\left(\frac{Q}{Z}\right)$ से संबंधित हो सकता है।

102. निम्नलिखित में से कौन सा सत्य है।
   a. एक परिमित क्षेत्र का गुणन समूह गैर चक्रीय है
   b. परिमित क्षेत्र का योगात्मक समूह सदैव चक्रीय होता है
   c. किसी दिए गए क्रम का परिमित क्षेत्र मौजूद होता है
   d. किसी दिए गए क्रम के अधिकतम एक परिमित क्षेत्र (समरूपता तक) मौजूद हैं।

103. मान लीजिए कि X एक टोपोलॉजिकल स्पेस है और A, X का एक गैर-रिक्त उपसमुच्चय है। तो निम्नलिखित में से कौन सा सत्य नहीं है
   a. A, X में सघन है यदि X\A कहीं भी X में सघन नहीं है।
   b. X\A, X में कहीं भी घना नहीं है, यदि A, X में घना है
   c. A, X में घना है यदि X\A का आंतरिक भाग खाली है
   d. यदि A सघन है तो X\A का आंतरिक भाग खाली है।

104. इनमें से सच क्या है
   a. प्रत्येक कॉम्पैक्ट मीट्रिक स्थान वियोज्य है।
   b. यदि एक मीट्रिक स्थान (X, d) वियोज्य है तो मीट्रिक d असतत मीट्रिक नहीं है।
   c. प्रत्येक वियोज्य मीट्रिक स्थान पहले गणनीय होता है।
   d. हर पहला गणनीय टोपोलॉजिकल स्पेस वियोज्य है।

105. Consider the system of differential equation $\frac{dx}{dt} = 2x - 7y$, $\frac{dy}{dt} = 3x - 8y$ then the critical point (0,0) of the system is

a. Asymptotically stable node
b. Unstable node
c. Asymptotically spiral
d. Unstable spiral.

106. In a data set with mean 2.5 and standred deviation 0.5 .
a. The median must be bigger than 2.5
b. The median must be smaller than 2.5
c. The median must be smaller than 3
d. The median must be bigger than 4.

107. The Hamiltonian for a simple harmonic motion is $H(p,q) = \frac{p^2}{2m} + \frac{k}{2}q^2$. Then Lagrangian corresponding to H is

a. $L = \frac{1}{4}m\dot{q}^2 - \frac{k}{2}q^2$
b. $L = \frac{1}{2}m\dot{q}^2 - \frac{k}{2}(q^2 + 3q^2\dot{q})$
c. $L = \frac{1}{2}m\dot{q}^2 + \frac{k}{2}q^2$
d. $L = \frac{1}{2}m\dot{q}^2 + \frac{k}{2}(q^2 + 3q^2\dot{q})$

108. What is the maximum number of cylindrical pencils of 0.5cm diameter that can be stored in a square shaped stand of $5cm \times 5cm$ inner cross-section?
a. 99
b. 121
c. 105
d. 100

109. What is the volume of soil in an open pit of size $2m \times 2m \times 10cm$?
a. $40\ m^3$
b. $0.4\ m^3$
c. $0\ m^3$
d. $4.0\ m^3$.

110. For what value of A and B is $\sin A = cotB$?
a. $A = B = 0$
b. $A = B = \frac{\pi}{2}$
c. $A = 0, B = \frac{\pi}{2}$
d. $A = \frac{\pi}{2}, B = 0$.

105. अंतर समीकरण की प्रणाली पर विचार करें $\frac{dx}{dt} = 2x - 7y$, $\frac{dy}{dt} = 3x - 8y$ तो सिस्टम का महत्वपूर्ण बिंदु (0,0) है
a. स्पर्शोन्मुख रूप से स्थिर नोड
b. अस्थिर नोड
c. स्पर्शोन्मुख रूप से सर्पिल
d. अस्थिर सर्पिल।

106. माध्य 2.5 और मानक विचलन 0.5 वाले डेटा सेट में।
a. माध्यिका 2.5 . से बड़ी होनी चाहिए
b. माध्यिका 2.5 . से छोटी होनी चाहिए
c. माध्यिका 3 . से छोटी होनी चाहिए
d. माध्यिका 4 से बड़ी होनी चाहिए।

107. एक साधारण हार्मोनिक गति के लिए हैमिल्टनियन है $H(p,q) = \frac{p^2}{2m} + \frac{k}{2}q^2$. तब H के संगत लैग्रेंजियन है
a. $L = \frac{1}{4}m\dot{q}^2 - \frac{k}{2}q^2$
b. $L = \frac{1}{2}m\dot{q}^2 - \frac{k}{2}(q^2 + 3q^2\dot{q})$
c. $L = \frac{1}{2}m\dot{q}^2 + \frac{k}{2}q^2$
d. $L = \frac{1}{2}m\dot{q}^2 + \frac{k}{2}(q^2 + 3q^2\dot{q})$

108. 0.5 सेमी व्यास की बेलनाकार पेंसिल की अधिकतम संख्या क्या है जिसे 5 सेमी × 5 सेमी आंतरिक क्रॉस-सेक्शन के चौकोर आकार के स्टैंड में संग्रहीत किया जा सकता है?
a. 99
b. 121
c. 105
d. 100

109. 2m×2m×10cm आकार के खुले गड्ढे में मिट्टी का आयतन क्या है?
a. $40\ m^3$
b. $0.4\ m^3$
c. $0\ m^3$
d. $4.0\ m^3$.

110. A और B के किस मान के लिए $\sin A = cotB$ है?
a. $A = B = 0$
b. $A = B = \frac{\pi}{2}$
c. $A = 0, B = \frac{\pi}{2}$
d. $A = \frac{\pi}{2}, B = 0$.

111. Consider the set of rational numbers Q as a subspace of R with usual metric. Suppose a and b are irrational numbers with $a < b$ and let $K = [a, b] \cap Q$. Then which is false.
a. K is bounded subset of Q
b. K is closed subset of Q
c. K is compact subset of Q
d. K is open subset of Q.

112. Evaluate $lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{n}{k^2+n^2}$
a. $\frac{\pi}{2}$
b. π
c. $\frac{\pi}{8}$
d. $\frac{\pi}{4}$

113. For every 4×4 real symmetric nonsingular matrix A there exists a positive integer p such that incorrect statement is
a. $pI + A$ is positive definite
b. A^p is negative definite
c. $A^{-p} + I$ is positive definite
d. $\exp(pA) - I$ is positive definite.

114. Let f be non-constant entire function and let E be the image of f. then
a. E is an open set
b. $E \cap \{z \mid |z| < 1\}$ is empty
c. $E \cap R$ is empty
d. E is a bounded set.

115. N is a two digit number such that the product of its digits when added to their sum equals N. The unit digit of N is
a. One
b. Seven
c. Eight
d. Nine.

116. What is the remainder when 3^{256} is divided by five
a. One
b. Two
c. Three
d. Four.

117. If XYZ14 and XYZ15 are five digit numbers such that their sum is 157229 then $X + Y + Z$ is
a. Ten
b. Twenty one
c. Eighty five
d. Sixty two

111. परिमेय संख्याओं Q के समुच्चय को सामान्य मीट्रिक के साथ R के उप-स्थान के रूप में मानें। मान लीजिए a और b अपरिमेय संख्याएं हैं $a < b$ और चलो $K = [a, b] \cap Q$, फिर जो झूठ है।
a. K, Q का परिबद्ध उपसमुच्चय है
b. K, Q का बंद उपसमुच्चय है
c. K, Q का संहत उपसमुच्चय है
d. K, Q का खुला उपसमुच्चय है।

112. मूल्यांकन करें $lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{n}{k^2+n^2}$
a. $\frac{\pi}{2}$
b. π
c. $\frac{\pi}{8}$
d. $\frac{\pi}{4}$

113. प्रत्येक 4×4 वास्तविक सममित गैर-एकवचन मैट्रिक्स A के लिए एक सकारात्मक पूर्णांक P मौजूद है जैसे कि गलत कथन है ।
a. $pI + A$ सकारात्मक निश्चित है
b. A^p नकारात्मक निश्चित है
c. $A^{-p} + I$ सकारात्मक निश्चित है
d. $\exp(pA) - I$ सकारात्मक निश्चित है।

114. मान लीजिए कि f अचर पूर्ण फलन है और E को f का प्रतिबिम्ब बनने दें। फिर
a. E एक खुला सेट है
b. $E \cap \{z \mid |z| < 1\}$ खाली है
c. $E \cap R$ खाली है
d. E एक परिबद्ध समुच्चय है।

115. N एक दो अंकों की संख्या है जैसे कि इसके अंकों का गुणनफल जब उनके योग में जोड़ा जाता है तो N के बराबर होता है। N का इकाई अंक है
a. एक
b. सात
c. आठ
d. नौ।

116. जब 3^{256} को पांच . से विभाजित किया जाता है तो शेषफल क्या होता है?
a. एक
b. दो
c. तीन
d. चार।

117. यदि XYZ14 और XYZ15 पाँच अंकों की संख्याएँ हैं जैसे कि उनका योग 157229 है तो X+Y+Z है
a. दस
b. इक्कीस
c. पचासी
d. बासठ

118. A cylindrical cake is to be cut in to sixteen equal pieces. What is the minimum number of cuts required to do so.

a. Nine
b. Three
c. Fifteen
d. Five

119. Let A and B be real invertible matrices such that $AB = -BA$. Then

a. $trace(A) = trace(B) = 0$
b. $trace(A) = trace(B) = 1$
c. $trace(A) = 1, trace(B) = 0$
d. $trace(A) = 0,\ trace(B) = 1.$

120. The edge of regression of rectifying developable of a space curve has equation

a. $R = r + \kappa\frac{\tau t - \kappa b}{\tau\kappa/ - \kappa\tau/}$
b. $R = r + \kappa\frac{\tau t + \kappa b}{\tau\kappa/ - \kappa\tau/}$
c. $R = r - \kappa\frac{\tau t + \kappa b}{\tau\kappa/ - \kappa\tau/}$
d. $R = r + \kappa\frac{\tau t + \kappa b}{\tau\kappa/ + \kappa\tau/}$

118. एक बेलनाकार केक को सोलह बराबर टुकड़ों में काटना है। ऐसा करने के लिए आवश्यक कटौती की न्यूनतम संख्या क्या है।

a. नौ
b. तीन
c. पंद्रह
d. पाँच

119. मान लीजिए A और B वास्तविक व्युत्क्रमणीय आव्यूह ऐसा है कि $AB = -BA$ तब

a. ट्रे स (ए) = ट्रेस (बी) = 0
b. ट्रेस (ए) = ट्रेस (बी) = 1
c. ट्रेस (ए) = 1, ट्रेस (बी) = 0
d. ट्रेस (ए) = 0, ट्रेस (बी) = 1

120. एक अंतरिक्ष वक्र के विकास योग्य सुधार के प्रतिगमन के किनारे में समीकरण है ।

a. $R = r + \kappa\frac{\tau t - \kappa b}{\tau\kappa/ - \kappa\tau/}$
b. $R = r + \kappa\frac{\tau t + \kappa b}{\tau\kappa/ - \kappa\tau/}$
c. $R = r - \kappa\frac{\tau t + \kappa b}{\tau\kappa/ - \kappa\tau/}$
d. $R = r + \kappa\frac{\tau t + \kappa b}{\tau\kappa/ + \kappa\tau/}$

SPACE FOR ROUGH WORK

SPACE FOR ROUGH WORK